

## Test nr.1

SUBIECTUL I(48 de puncte)

1. a) Calculați :  $(1+\sqrt{2})^2$

b) Arătați că :  $\frac{1}{\sqrt{2}-1} = 1+\sqrt{2}$

c) Rezolvați ecuațiile: a)  $x-5=7$  b)  $3x=57$  c)  $3+x=10-x$

2. a) Efectuați :  $(1-2x)^2$

b) Arătați că  $1-x-2x^2=(x+1)(1-2x)$

c) Calculați valoarea expresiei  $E(x)=(x-1)(2x+3)$  pentru  $x=-1$

3. a) Rezolvați sistemul  $x+2y=12$  și  $x-3y=-3$

b) Rezolvați sistemul de inecuații :  $2x-3<6$  și  $2x\geq-6$

c) Efectuați :  $3x-2+5(1-2x)$

4. Se dă o piramidă patrulateră regulată VABCD, cu baza un pătrat de latură 16, iar VO=6, unde  $O=AC\cap BD$ . Se cere:

a) Lungimea segmentului VM, unde M este mijlocul segmentului [AB] este .....

b) Aria piramidei este egală cu .....

c) Volumul piramidei este egal cu .....

SUBIECTUL II(42 de puncte)

5. a) Rezolvați inecuația  $-6<3x-2\leq 16$

b) Afalți trei numere care au suma 125 și sunt direct proporționale cu numerele 2; 3 și 5.

6. Se dă funcția  $f:R \rightarrow R$ ,  $f(x)=3x+2$ . Se cere:

a) Punctele A(0; 2), B(1; -3), C(-2/3; 0), D(-2; 8) și E(-1/3; 3) aparțin graficului funcției date ?

b) Reprezentați grafic funcția dată într-un sistem de axe perpendiculare xOy și aflați aria triunghiului format de dreapta obținută și axele de coordonate.

7. Fie ABCDA'B'C'D' un cub cu AC=12. Se cere:

a) Calculați lungimea segmentului [AC']

b) Demonstrați că  $A'O\perp BD$ , unde  $O=AC\cap BD$

c) Calculați aria și volumul piramidei A'ABC

d) Calculați distanța de la C' la planul (A'BD)

Barem: 10p din oficiu, ex.1-4 câte 12p(=4p+4p+4p), ex.5=5p+5p, ex.6=5p+5p,  
ex.7=2p(desen)+5p+5p+5p+5p

# Test nr.2

## SUBIECTUL I(48 de puncte)

1. a) Calculați :  $(3-2\sqrt{2})^2$

b) Arătați că :  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  este număr natural știind că  $x = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

c) Efectuați: a)  $x-5+7(1-x)$  b)  $3x-5-7(x+2)$  c)  $-2(3+x)+3x$  d)  $-5x^2-[-3x^2+2x(x-3)]-6x$

2. a) Efectuați :  $(1+x)^2 - (1-2x)^2$

b) Completați expresia până la pătratul unui binom:  $12x+2x^2$

c) Se dă funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x)=3-4x$ . Cât este  $f(1)$  ? Punctul  $A(2;-5)$  este pe graficul lui  $f$  ?

3. a) Suma a două numere este 25, iar diferența lor este 9. Aflați numerele.

b) Rezolvați inecuația :  $-3 < 6-2x \leq 8$

c) Descompuneți în factori: a)  $9y^2-1$  b)  $x^2-xy+0,25y^2$

4. Se dă tetraedrul regulat ABCD, cu muchia  $AB=10$ . Se cere:

a) Lungimea segmentului AM, unde M este mijlocul segmentului [BC] este .....

b) Aria piramidei este egală cu .....

c) Volumul piramidei este egal cu .....

## SUBIECTUL II(42 de puncte)

5. a) Rezolvați inecuația  $|3x-2| \leq 6$

b) La ziua loanei au fost prezenți câțiva colegi și prieteni . Sanda a dansat cu 5 băieți, Olga a dansat cu 6 băieți, Adriana a dansat cu 7 băieți, etc. Respectând regula de mai sus și dacă loana este ultima în enumerarea de mai sus, aflați câți băieți și câte fete au fost dacă loana a dansat cu toți băieții, iar numărul total de copii este mai mic decât 25.

6. Se dă funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x)=5-3x$ . Se cere:

a) Rezolvați ecuația  $2f(x)-12=2 \cdot 17$

b) Reprezentați grafic funcția dată într-un sistem de axe perpendiculare  $xOy$  .

c) Pentru ce valori ale lui  $x$  avem  $f(x)$  în intervalul  $[-2; 5]$

7. Fie ABCDA'B'C'D' o prismă dreaptă cu baza pătrat și  $AC=10$ ,  $BB'=3BD$ . Fie M,N,P,Q pe muchiile AA', BB', CC' și DD', astfel încât  $AM=BD=BN=CP=DQ$ . Se cere:

a) Calculați distanța de la B' la BQ și distanța de la C' la BQ.

b) Aflați aria și volumul piramidei C'D'QB'.

c) Calculați aria și volumul prismei ABCDA'B'C'D'.

d) Calculați aria și volumul prismei ABCDMNPQ.

Barem: 10p din oficiu, ex.1-4 câte 12p(=4p+4p+4p), ex.5=5p+5p, ex.6=5p+5p,  
ex.7=2p(desen)+5p+5p+5p+5p

# Test nr.3

SUBIECTUL I(48 de puncte)

1.a) Calculati :  $\frac{a^2}{a^2} + 1$  este număr natural știind că  $a + \frac{1}{a} = 25$

b) Calculati : a)  $(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})$  b)  $(1+2\sqrt{3})(1-2\sqrt{3})$

c) Efectuați: a)  $-2(1-3x)-5x$  b)  $2ab^2-3ab+2ab(1-b)$  c)  $0,5a^2x - 0,2a(ax-5)$

d)  $1-a(a-1)+(a+1)(a-1)$

2. a) Descompuneti in factori  $x^3+2x^2-3x$

b) Se da functia  $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $f(x)=2-x$

Rezolvati inecutia  $-3 \leq 2f(x)-5 < 6$

c) Rezolvati sistemul  $3x-y=1$  si  $2x+3y=19$

3. a) Aratati ca  $1+x-6x^2=(3x+1)(1-2x)$

b) Folosind rezultatul de mai sus aratati ca  $\frac{-6x^2+x+1}{1-2x}$  este numar întreg

pentru orice numar intreg,  $x \in \mathbb{Z}$ .

c) Se da functia  $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $f(x)=3mx-2$ ,  $m \in \mathbb{R}$ . Determinati valoarea parametrului real m, astfel incat graficul functiei sa treaca prin punctul  $A(-1;3)$

4. Fie VABC o piramida triunghiulară regulată cu  $AB=12$ ,  $VC=8$ . Se cere:

a) Aria piramidei b) Volumul piramidei c) distanta de la C la planul (VAB) .

5. a) Rezolvati ecuatia  $\frac{x-1}{5} = \frac{13}{1+2x}$ ;

b) In clasa noastra fetele reprezinta trei cincimi din numarul total de elevi. Daca ar mai veni in clasa cinci fete atunci fetele ar fi fi șapte zecimi din numarul total de elevi. Cate fete si cati elevi sunt in clasa ?

6. Se da functia  $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $f(x)=ax+b$ . Se cere : a) Determinati functia astfel incat graficul sa treaca prin  $A(-1;5)$  si  $B(3;13)$

b) Aflati lungimea segmentului determinat de punctele unde graficul functiei taie axele  $Ox$  si  $Oy$

7. Se da o piramida patrulatera regulata VABCD si  $AB=6$ , iar aria laterala a piramidei este 96. Se cere:

a) Volumul piramidei b) Unghiul dintre fetele (VAB) si (VBC)

c) Unghiul dintre fetele (VAD) si (VBC)

d) Sectionam piramida cu un plan paralel cu planul bazei la  $\frac{2}{5}$  de varf. Aflati volumul si aria trunchiului de piramida astfel format.

Barem: 10p din oficiu, ex.1-4 câte 12p(=4p+4p+4p), ex.5=5p+5p, ex.6=5p+5p,  
ex.7=2p(desen)+5p+5p+5p+5p

# Test nr.4

SUBIECTUL I(48 de puncte)

1.a) Calculati  $a+b+c$  stiind ca  $a+b=5, b+c=6, a+c=11$

b) Rezolvati ecuatiile: a)  $3x-2=6-x$  b)  $\frac{1}{2}-x=3x+5$

c) Efectuati: a)  $x^2-bx+3x^2+2bx$  b)  $-2,5(x+2)+5+3x$

2.a) Se da functia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x)=3-mx$ . Determinati  $m \in \mathbb{R}$  astfel incat  $f(1)=3$

b) Rezolvati inecuatiile: a)  $3-2x \leq 5$  b)  $1-2\left(x-\frac{1}{2}\right) \geq 3$

c) Aratati ca  $7-19x-6x^2=(1-3x)(2x+7)$

3. a) Daca 10 portocale costa 5 lei, atunci 4 portocale costa.....

b) Rezolvati sistemul:  $3x-y+5=0$  si  $x+2y=59$

c) Aflati unghiurile unui triunghi stiind ca ele sunt direct proportionale cu numerele 2;3 si 4.

4. Fie VABC o piramida patrulatera regulata cu apotema de 12 si muchia laterala de 13. Se cere:

a) Aria piramidei b) Volumul piramidei c) Unghiul  $(VAB;VCD)$

5. a) Rezolvati sistemul de inecuatii:  $1-3x \leq 2x-5$  si  $1-2(x-3) \geq 3x+2$

b) La examenul de admitere in liceu sunt 12 probleme. Pentru fiecare problema corect rezolvata se acorda 5 puncte, iar pentru fiecare problema nerezolvata se scad 2 puncte. Cate probleme a rezolvat corect Alex daca a obtinut 60 de puncte?

6. Se da functia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x)=2-3mx$ . Se cere:

a) pentru ce  $m \in \mathbb{R}$ , graficul trece prin punctul  $A(1;-4)$ ? b) aratati ca AB este perpendicular pe dreapta de la punctul a, unde  $B(25;0)$

7. Se da o prisma dreapta  $ABCD A'B'C'D'$ , cu baza un romb si  $m(\widehat{BAC})=60^\circ$ . Stiind ca  $AA'=6$ , iar distanta de la  $D'$  la diagonala mica a rombului ABCD este 10. Se cere:

a) volumul si aria prisme

b) masura unghiului  $\angle AB'C$

c) diagonalele  $A'C$  si  $B'D$  ale prisme date

d) calculati distanta de la  $O'=A'C' \cap B'D'$  la planul  $(A'BD)$

Barem: 10p din oficiu, ex.1-4 câte 12p(=4p+4p+4p), ex.5=5p+5p, ex.6=5p+5p,  
ex.7=2p(desen)+5p+5p+5p+5p

# Test nr.5

## SUBIECTUL I(48 de puncte)

### 1. Rezolvați ecuațiile:

- a)  $x - 7 = 8$
- b)  $5x = 65$
- c)  $5 - x = x - 8$

### 2. Se dă funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = 2x - 3$

- a) Valoarea funcției pentru  $x = 0$  este .....
- b) Calculați  $f(1) + f(2)$
- c) Graficul funcției date intersectează axa  $Ox$  în punctul A de coordonate .....
- d) Rezolvați inecuația:  $1 - 2f(x) \leq -5$

### 3. a) Rezolvați sistemul $x + y = 12$ și $x = 3y$

- b) Rezolvați sistemul  $x + y = 12$  și  $x = 3y$
- c) Rezolvați în mulțimea numerelor naturale  $\mathbb{N}$ , inecuația  $2x - 1 < 12$

### 4. Se dă o prismă dreaptă $ABCD A' B' C' D'$ , cu baza un pătrat de latură 3, iar $AA' = 5$ . Se cere:

- a) Lungimea segmentului AC este .....
- b) Aria prisme este egală cu .....
- c) Volumul prisme este egal cu .....

## SUBIECTUL II(42 de puncte)

### 5. a) Rezolvați ecuația $x - 1 : 2 = 2(1 - x) - 5$

- b) Știind că 30% din salariul tatălui meu este întreținerea apartamentului, puteți calcula cât este salariul dacă după ce plătește întreținerea rămâne cu 1250 de lei ?

### 6. Se dă funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = 2 - 3x$ . Se cere:

- a) Punctele  $A(0; 2)$ ,  $B(1; -3)$ ,  $C(2/3; 0)$ ,  $D(-2; 8)$  și  $E(-1/3; 3)$  aparțin graficului funcției date ?
- b) Reprezentați grafic funcția dată într-un sistem de axe perpendiculare  $xOy$ .

### 7. Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră cu baza $ABCD$ dreptunghi cu laturile numere naturale, $AB > BC$ și $AC = 10$ , înălțimea $VA = 5\sqrt{5}$ . Se cere:

- a) Desenați piramida și calculați laturile
- b) Demonstrați că  $CD \perp (VAD)$
- c) Calculați aria și volumul piramidei  $VABC$
- d) Calculați distanța de la  $O = AC \cap BD$ , la planul  $(VAB)$

Barem: 10p din oficiu, ex.1-4 câte 12p(=4p+4p+4p), ex.5=5p+5p, ex.6=5p+5p,  
ex.7=2p(desen)+5p+5p+5p+5p

# Test nr.1

## SUBIECTUL I(48 de puncte)

1. a)  $(1+\sqrt{2})^2 = 3+2\sqrt{2}$

b) Amplificăm cu  $1+\sqrt{2}$  :  $\frac{1+\sqrt{2}}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{1+\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2-1^2} = \frac{1+\sqrt{2}}{2-1} = 1+\sqrt{2}$

c) a)  $x=12$    b)  $x=19$    c)  $2x=13, x=13/2$

2. a)  $(1-2x)^2 = 1-4x+4x^2$

b) Înmulțim:  $(x+1)(1-2x) = x-2x^2+1-2x = 1-x-2x^2$

c)  $E(-1) = (-1-1)(2(-1)+3) = -2(-2+3) = -2$

3. a) ÎNMULȚIM PRIMA ECUAȚIE CU -1, deci :  $-x-2y=-12$  și adună cu a doua ecuație  $-5y=-15$   
 $y=3, x=12-2y=12-6=6$

b)  $2x < 6+3, x < 9/2$ , deci  $x \in (-\infty; 9/2)$  și  $x \geq -6/2, x \geq -3$ , deci  $x \in [-3; +\infty)$ , soluția finală este intersecția celor două intervale:  $x \in [-3; 9/2)$

c)  $3x-2+5(1-2x) = 3x-2+5-10x = 3-7x$

4.  $OM = AB/2 = 16/2 = 8$ ;  $VM^2 = VO^2 + OM^2 = 6^2 + 8^2 = 10^2$ , deci  $VM = 10$ , Aria = perimetrul bazei • apotema piramidei :  $2 = 4 \cdot AB \cdot VM = 4 \cdot 16 \cdot 10 = 640$ , Volumul = aria bazei • înălțimea :  $3 = AB^2 \cdot VO : 3 = 16^2 \cdot 6 : 3 = 512$

## SUBIECTUL II(42 de puncte)

5. a)  $-6 < 3x-2 \leq 16, -6+2 < 3x-2+2 \leq 16+2, -4 < 3x \leq 18, -4/3 < x \leq 18/3, -4/3 < x \leq 6,$   
 $x \in [-4/3; 6)$

b)  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = \frac{a+b+c}{10} = 12,5$  deci  $a=25, b=37,5, c=62,5$

6.  $f(0) = 3 \cdot 0 + 2 = 2$ , deci  $A(0; 2)$  este pe grafic,  $f(1) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$ , deci  $B(1; -3)$  nu este pe grafic,  
 $f(-2/3) = 3 \cdot (-2/3) + 2 = 0$ , deci  $C(-2/3; 0)$  este pe grafic,  $f(-2) = 3 \cdot (-2) + 2 = -4$ , deci  $D(-2; 9)$  nu este pe grafic,  
 $f(-1/3) = 3 \cdot (-1/3) + 2 = 1$ , deci  $E(-1/3; 3)$  nu este pe grafic,  
Intersecția cu axa Ox:  $f(x) = 0, 3x+2=0, x=-2/3$  deci  $C(-2/3; 0)$  este pe grafic  
Intersecția cu axa Oy:  $f(0) = 3 \cdot 0 + 2 = 2, x=-2/3$  deci  $A(0; 2)$  este pe grafic  
Aria triunghiului AOC este  $= AO \cdot OC / 2 = (2 \cdot 2/3) / 2 = 2/3$

7.  $AB = 6\sqrt{2}$ ,  $AC'^2 = AC^2 + CC'^2 = 12^2 + (6\sqrt{2})^2 = 144 + 72 = 216$ , deci  $AC' = 6\sqrt{6}$ ,  $AA' \perp (ABCD)$ ,  
 $AO \perp BD$ , DECI  $A'O \perp BD$ ,  $Aria = A_{ABC} + A_{A'AB} + A_{A'BC} + A_{A'AC} = 72/2 + 72/2 + A'B \cdot BC/2 + 6\sqrt{2} \cdot 12/2 =$   
 $= 72 + 12 \cdot 6\sqrt{2}/2 + 36\sqrt{2} = 72(1+\sqrt{2})$ , Volumul =  $A_{ABC} \cdot AA' : 3 = 36 \cdot (6\sqrt{2}) : 3 = 72\sqrt{2}$

Fie distanța de la  $C'$  la planul  $(A'BD) = C'P$ , dar  $CC' \perp (ABCD)$  și  $CO \perp BD$ , rezultă  $C'O \perp BD$ ,  
rezultă  $PO \perp BD$ , deci  $PO =$  înălțime, mediana, mediatoare în triunghiul isoscel  $A'BD$ ,  
deci trebuie să calculăm înălțimea  $C'P$  în triunghiul  $C'A'O$  isoscel  $OA' = OC' = 6\sqrt{3}$ , aria  
triunghiului  $C'A'O = A'C' \cdot OO' / 2 = A'O \cdot C'P / 2$ , deci  $C'P = A'C' \cdot OO' / A'O = 12 \cdot (6\sqrt{2}) / (6\sqrt{3}) = 4\sqrt{6}$

# Test nr.2

SUBIECTUL I(48 de puncte)

1. a)  $=9+8-12\sqrt{2} = 17-12\sqrt{2}$

b)  $x^2 + \frac{1}{x^2} = (\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}+1)^2 = 6$        $x = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1$

c) a)  $=x-5+7-7x=-6x+2$       b)  $=3x-5-7x-14=-4x-19$       c)  $=-6-2x+3x=x-6$

d)  $=-5x^2+3x^2-2x^2+6x-6x=-4x^2$

2. a)  $(1+x)^2 - (1-2x)^2 = [(1+x) - (1-2x)][(1+x) + (1-2x)] = (1+x-1+2x)(1+x+1-2x) = 3x(2-x) = 6x-3x^2$

b)  $18+12x+2x = 2(9+6x+x) = [ \sqrt{2}(x+3) ]$

c)  $f(1)=3-4\cdot 1=-1$ ,  $f(2)=3-4\cdot 2=-5$ , deci A(2; -5) este pe grafic

3. a)  $a+b=25$ ,  $a-b=9$ , rezulta  $2a=25+9=34$ , deci  $a=17$  și  $b=25-17=8$

b)  $-3-6 < 6-2x < 8-6$ ,  $-9 < -2x < 2$ ,  $-9/(-2) > -2x/(-2) \geq 2/(-2)$ ,  $9/2 > x \geq -1$ ,  $x \in [-1; 9/2)$

c) a)  $9y^2-1=(3y-1)(3y+1)$       b)  $x^2-xy+0,25y^2 = x^2-2x(0,5y)+(0,5y)^2 = (x-0,5y)^2$

4. AM=înălțime, mediană,mediatoare,bisectoare,  $AM=AB\cdot\cos 60=5\sqrt{3}$  Înălțimea tetraedrului ABCD, AO este și înălțime în triunghiul isoscel AMD,  $AM=DM=5\sqrt{3}$ ,  $AD=10$ , iar  $DO=(2/3)DM=10\sqrt{3}/3$ , deci  $AD^2=AO^2+OD^2$ , deci  $10^2=AO^2+(10\sqrt{3}/3)^2$ , deci  $AO=10\sqrt{6}/3$ ,

Volumul=aria BCD•AO/3= $(100\sqrt{3}/4)(10\sqrt{6}/3)/3=(100\cdot 10\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{6})/(4\cdot 3\cdot 3)=250\sqrt{2}/3$

Aria=4 •aria BCD=4(100√3/4)=100•√3

SUBIECTUL II(42 de puncte)

5. a)  $|3x-2| \leq 6$ , rezultă  $-6 \leq 3x-2 \leq 6$ ,  $-6+2 \leq 3x-2+2 \leq 6+2$ ,  $-4 \leq 3x \leq 8$ ,  $-4/3 \leq 3x/3 \leq 8/3$ ,  $-4/3 \leq x \leq 8/3$ ,

b) fata nr. 1 a dansat cu  $5=1+4$  baieti  
fata nr. 2 a dansat cu  $6=2+4$  baieti  
fata nr. 3 a dansat cu  $7=3+4$  baieti, etc

.....  
fata nr. x a dansat cu toti baietii= $x+4$  baieti

Rezulta  $x+x+4 \leq 25$ ,  $2x \leq 25-4$ ,  $x \leq 21/2$ , deci  $x \leq 10$ ,

x	10	9	8	7	6	5	4
y	14	13	12	11	10	9	8

6.  $2(5-3x)-12=34$ ,  $10-6x-12=34$ ,  $x=-6$

Intersectia cu OX:  $f(x)=0$ ,  $5-3x=0$ ,  $x=5/3$ ,  $A(5/3; 0) \in O_x$

Intersectia cu Oy:  $f(0)=5-3\cdot 0=5$ ,  $B(0; 5) \in O_y$

Reprezentăm grafic punctele A și B și le unim, graficul este dreapta AB

$f(x)$  este în intervalul  $[-2; 5]$ , înseamnă  $f(x) \in [-2; 5]$ , adică  $5-3x \in [-2; 5]$ , rezulta

$-2 \leq 5-3x \leq 5$ ,  $-2-5 \leq 5-3x-5 \leq 5-5$ ,  $-7 \leq -3x \leq 0$ ,  $-7/(-3) \geq -3x/(-3) \geq 0/(-3)$ ,  $7/3 \geq x \geq 0$

deci  $x \in [0; 7/3]$ ,

7.  $AC=10=BD$ ,  $BB'=3BD=30=AA'=CC'=DD'$  și  $AM=BD=BN=CP=DQ=10$ ,  $AB=5\sqrt{2}$

$A'M=B'D=B'N=C'P=D'Q=20$ ,  $BQ^2=QD^2+BD^2=200$  deci  $BQ=10\sqrt{2}$   $B'Q^2=QD'^2+B'D'^2=500$  deci

$B'Q=10\sqrt{5}$ , fie  $B'T$ =distanța de la B' la BQ și  $C'R$ =distanța de la C' la BQ, notam  $x=QT$ ,  $y=TB$ ,

$h=B'T$ , AVEM SISTEMUL  $x+y=BQ=10\sqrt{2}$ ,  $x^2+h^2=B'Q^2=(10\sqrt{5})^2$ ,  $y^2+h^2=B'B^2=(30)^2$ , prin

scădere rezultă  $y^2-x^2=900-500=400=(y-x)(y+x)$ , deci  $y-x=400:(10\sqrt{2})=20\sqrt{2}$ , deci  $2y=30\sqrt{2}$ ,

$y=15\sqrt{2}$ ,  $x=5\sqrt{2}$ ,  $h=\sqrt{450}=15\sqrt{2}=B'T$ ,

În triunghiul C'QB: C'Q=15√2, C'B=5√38, notam x=QR, y=RB, h=B'R, AVEM SISTEMUL  
 $x+y=BQ=10\sqrt{2}$ ,  $x^2+h^2=C'Q^2=(15\sqrt{2})^2$ ,  $y^2+h^2=C'B^2=950$ , prin scădere rezultă  $y^2-x^2=950-450=400=(y-x)(y+x)$ , deci  $y-x=400:(10\sqrt{2})=20\sqrt{2}$ , deci  $2y=30\sqrt{2}$ ,  $y=15\sqrt{2}$ ,  $x=5\sqrt{2}$ ,  
 $h=\sqrt{450}=15\sqrt{2}=C'R$ , Volumul(C'D'QB')=A(C'D'B')•QD'/3=25•20/3,  
Aria(C'D'QB')=A(C'D'B')+A(D'QB')+A(C'QB')+A(C'D'Q)=25+100+50√2+150  
Aria(ABCDAB'C'D')=perimetrul bazei•AA'=20√2•30=600√2  
Volum(ABCDAB'C'D')=aria bazei bazei•AA'=50•30=1500  
Aria(ABCDMN PQ)=perimetrul bazei•AM=20√2•10=200√2  
Volum(ABCDMN PQ)=aria bazei bazei•AM=50•10=500

## Test nr.3

SUBIECTUL I(48 de puncte)

1.a) Ridicăm la pătrat:  $(a + 1/a)^2 = 25^2 = 625$ ,  $a^2 + (1/a)^2 + 2 = 625$ ,  $a^2 + 1/a^2 = 623$

b) a) =1-3=-2      b) =1-12=-11

c) a)  $-2(1-3x) - 5x = -2+6x-5x = x-2$     b)  $2ab^2-3ab+2ab(1-b) = 2ab^2-3ab+2ab-2ab^2 = -ab$

c)  $0,5a^2x - 0,2a(ax-5) = 0,5a^2x - 0,2a^2x + a = 0,3a^2x + a$

d)  $1-a(a-1)+(a+1)(a-1) = 1-a^2+a+a^2-a+a-1 = a$

2. a)  $x^3+2x^2-3x = x(x^2+2x-3) = x(x^2-x+3x-3) = x[x(x-1)+3(x-1)] = x(x-1)(x+3)$

b)  $-3 \leq 2(2-x) - 5 < 6$ ,  $-3 \leq 4-2x-5 < 6$ ,  $-3 \leq -2x-1 < 6$ ,  $-3+1 \leq -2x-1+1 < 6+1$ ,  
 $-2 \leq -2x < 7$ ,  $-2/(-2) \geq -2x/(-2) > 7/(-2)$ ,  $1 \geq x > -7/2$ ,  $x \in (-7/2; 1]$

c)  $3x-y=1$ , deci  $9x-3y=3$  și  $2x+3y=19$ , adunam ecuațiile și  $11x=22$ ,  $x=2$ ,  $y=5$

3. a)  $(3x+1)(1-2x) = 3x-6x^2+1-2x = 1+x-6x^2$

b)  $\frac{-6x^2+x+1}{1-2x} = \frac{(3x+1)(1-2x)}{1-2x} = 3x+1 \in \mathbb{Z}$ , am simplificat cu  $1-2x$

c)  $f(-1)=3$ ,  $3m(-1)-2=3$ ,  $-3m=5$ ,  $m=-5/3$

4. Fie CM perpendiculară pe AB, MA=MB=AB/2=6, CM=ABcos30=6√3. Înălțimea piramidei VO se află din triunghiul VOC, dreptunghic în O, OC=(2/3)CM=(2/3)6√3=4√3, VO=4,

VM=√28=2√7    Aria=Aria(ABC)+3Aria(VAB)=144√3/4+3AB•VM/2=36√3+36√7

Volumul= Aria(ABC) •VO/3= (36√3)4/3=48√3

Distanța de la C la planul (VAB)(=CP) este înălțime în triunghiul VMC,

Aria(VMC)=CM•VO/2=VM•CP/2, deci CP= CM•VO/VM=6√3•4/(2√7)=12√21/7

5. a)  $(x-1)(1+2x)=5 \cdot 13$ ,  $x+2x^2-1-2x=65$ ,  $2x^2-x-1-65=0$ ,  $2x^2-x-66=0$ ,  $x_1=6$ ,  $x_2=-11/2$

b)  $f=(3/5)t$ ,  $f+5=(7/10)(t+5)$ ,  $f=9$ ;  $t=15$

6.  $f(-1)=5$  și  $f(3)=13$ , rezultă  $-a+b=5$  și  $3a+b=13$ , deci  $4a=8$ ,  $a=2$ ,  $b=7$ , deci  $f(x)=2x+7$

Intersecția cu OX:  $f(x)=0$ ,  $2x+7=0$ ,  $x=-7/2$ ,  $A(-7/2; 0) \in O_x$

Intersecția cu Oy:  $f(0)=2 \cdot 0+7=7$ ,  $B(0; 7) \in O_y$   $AB^2=OA^2+OB^2=(-7/2)^2+7^2$  deci  $AB=7\sqrt{5/2}$

7. A.laterală=perimetrul bazei•apotema/2=24•VM/2=96, deci apotema piramidei=VM=96:12=8, muchia VA=VB=VC=VD=√VM^2+AM^2=√73, Înălțimea VO=√VA^2-OA^2=√73-18=√55

Volum=AB^2VO/3=12√55 Fie AP⊥VB, rezulta și CP⊥VB, deci unghiul dintre fețele (VAB) și (VBC) este unghiul APC, Aria(VAB)=AB•VM/2=VB•AP/2, deci AP=AB•VM/VB=48/√73=CP

În triunghiul isoscel PAC,  $PO = \sqrt{AP^2 - OA^2} = 3\sqrt{110}/\sqrt{73}$  Aria(PAC) = AC•PO/2 = PC•AQ/2, deci AQ = AC•PO/PC =  $\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{110}/8$ , deci sinAPC = AQ/AP Planele VAD și VBC au un punct comun, deci o dreaptă care trece prin V și este paralelă cu AD și BC, deci unghiul plan al diedrului este unghiul format de înălțimile fețelor VAD și VBC, VR și VT, dar VR = VT = VM = 8, Aria (VRT) = RT•VO/2 = VT•RS/2, deci RS = RT•VO/VT =  $6 \cdot \sqrt{55}/8$ , deci sinRVT = RS/VR Fie A'B'C'D' planul de secțiune, VA'/VA = A'B'/AB = VO'/VO = VM'/VM = 2/5 Aria(VA'B'C'D')/Aria(VABCD) = (2/5)<sup>2</sup> Volum(VA'B'C'D')/Volum(VABCD) = (2/5)<sup>3</sup> Volum trunchi = Volum(VABCD) - Volum(VA'B'C'D')

## Test nr.4

SUBIECTUL I(48 de puncte)

1.a) (a+b)+(b+c)+(a+c)=5+6+11=22, a+b+c=11

b) a)  $3x+x=6+2$ ;  $x=2$  b)  $\frac{1}{2}-5=3x+x$ ;  $4x=(1-10)/2$ ,  $x=-9/8$

c) a)  $x^2-bx+3x^2+2bx=4x^2+bx$  b)  $-2,5(x+2)+5+3x=-2,5x-5+5+3x=0,5x$

2.a)  $f(1)=3=3-m$ ,  $m=0$

b) a)  $3-2x \leq 5$ ,  $2x \geq 3-5$ ,  $x \geq -1$ ,  $x \in [-1; +\infty)$  b)  $1-2x+1 \geq 3$ ,  $-2x \geq 1$ ,  $x \leq -1/2$ ,  $x \in (-\infty; -1/2]$

c)  $(1-3x)(2x+7)=2x+7-6x^2-21x=-6x^2-19x+7$

3. a)  $4(5/10)=2$

b)  $3x-y+5=0$ ,  $3x-y=-5$ ,  $2(3x-y)=2(-5)$ ,  $6x-2y=-10$  și  $x+2y=59$ , adunam ecuațiile  $7x=49$ ,  $x=7$ ,  $y=26$

c)  $A/2=B/3=C/4=(A+B+C)/(2+3+4)=180/9=20$ ,  $A=40$ ;  $B=60$ ;  $C=80$

4.  $VM=12$ ,  $VA=13$ ,  $VA^2=VM^2+AM^2$ , deci  $AM=5$ ,  $AB=2AM=10$ ,  $VO^2=VA^2-OA^2$ , deci  $VO=\sqrt{119}$  Aria =  $4AB \cdot VM/2=240$ , Volum =  $AB^2 \cdot VO/3=100 \cdot \sqrt{119}/3$ , Unghiul (VAB;VCD)=MVN, Aria (VMN)= $MN \cdot VO/2=MT \cdot VN/2$ , deci  $MT= MN \cdot VO/VN$ , deci  $\sin MVN=MT/VM$

5. a)  $1-3x \leq 2x-5$ ,  $1+5 \leq 2x+3x$ ,  $5x \geq 6$   $x \geq 6/5$ ,  $x \in [6/5; +\infty)$  și  $1-2x+6 \geq 3x+2$  și  $5x \leq 5$ ,  $x \leq 1$ ,  $x \in (-\infty; 1]$  solutia este intersectia  $x \in [6/5; +\infty) \cap (-\infty; 1] = \emptyset$

b)  $x+y=12$ ;  $5x-2y=60$ ,  $7x=84$ ,  $x=12$ ,  $y=0$

6.  $f(1)=-4=2-3m$ ,  $m=2$ ,  $f(x)=2-6x$ , Intersectia cu  $Ox=C(1/3; 0)$ , intersectia cu  $Oy=D(0; 2)$

fie E=proiectia lui A pe Ox,  $CA^2=CE^2+EA^2=(2/3)^2+16$ ,  $CA=2\sqrt{37}/3$ ,  $BC=25-1/3=74/3$ ,

$AB^2=AE^2+EB^2=(25-1)^2+16$ ,  $AB=4\sqrt{37}$ , se verifică egalitatea  $CB^2=CA^2+AB^2=(2/3)^2+16$ , deci

$AB \perp CA$ ,

7.  $10^2=D'O^2=D'D^2+DO^2=6^2+DO^2$ ,  $DO=8$ ,  $\sin 60=DO/DA=8/DA=\sqrt{3}/2$ ,  $DA=16\sqrt{3}/3$

Aria= $4AB \cdot AA'=4 \cdot (16\sqrt{3}/3) \cdot 6=128\sqrt{3}$ , Volum= $AB^2 \cdot AA'=(256/3) \cdot 6=512$

$AB'=B'C=\sqrt{B'B^2+AB^2}=2\sqrt{273}/3$

Aria (AB'C)= $AC \cdot B'O/2=CT \cdot AB'/2$ , deci  $CT=AC \cdot B'O/AB'$ , deci  $\sin AB'C=CT/B'C$

$A'C^2=A'A^2+AC^2=...$ ,  $B'D^2=B'B^2+BD^2=...$ , Distanța de la O' la (A'BD)=O'A'

# Test nr.5

SUBIECTUL I(48 de puncte)

1. a)  $x=15$     b)  $x=13$     c)  $x=13/2$

2.  $f(0)=-3$      $f(1)+f(2)=-1+1=0$ ,  $f(x)=0$ ,  $2x-3=0$ ,  $x=3/2$ ,  $A(3/2; 0)$   $1-2(2x-3) \leq -5$ ,  $1+6+5 \leq 4x$ ,  
 $x \geq 3$   $x \in [3; +\infty)$

3. a)  $x+y=12$  și  $x=3y$ ,  $4y=12$ ,  $y=3$ ,  $x=9$

b)  $x < 13/2$ ,  $x \in \{0;1;2;3;4;5;6\}$

4.  $5^2=AB'^2=AB^2+BB'^2=3^2+BB'^2$ ,  $BB'=4$ ,  $AC=3\sqrt{2}$ ,  $Aria=4AB \cdot AA'+2AB^2=$      $Volum=AB^2AA'=$

SUBIECTUL II(42 de puncte)

5. a)  $x-1:2 = 2-2x-5$ ,  $3X=-2,5$     DECI  $X=-2,5/3$

b) 70% din  $X=1250$ ,  $x=125000/70$

6.  $f(0)=2-3 \cdot 0=1$ ,  $f(1)=2-3 \cdot 1=-1$ ,  $f(2/3)=2-3 \cdot 2/3=0$ ,  $f(-2)=2-3 \cdot (-2)=8$ ,  $f(-1/3)=2-3 \cdot (-1/3)=3$ ,  
Apartin: C; D; E Intersectia cu Ox:  $f(x)=0=2-3x$ ,  $x=2/3$  Intersectia cu Oy:  $f(0)=2$

7.  $AB=8$ ,  $BC=6$ ,  $VB^2=VA^2+AB^2=125+64=$ ,  $VB=13$ ,  $VC^2=VB^2+BC^2=169+36=$ ,  $VC=\sqrt{205}$ ,  
 $205=VC^2=VD^2+DC^2=VD^2+64=$ ,  $VD=\sqrt{141}$ ,  $VD^2=VA^2+AD^2=125+64=$ ,  $VD=13$ ,