

Test nr.1

SUBIECTUL I(50 de puncte)

1. a) Calculați : a) $\sqrt{12} - \sqrt{3}$ b) $(1+\sqrt{3})^2$
b) Scrieți în ordine crescătoare numerele : $\sqrt{2}$; $-\sqrt{9}$; $2\sqrt{3}$; -6 ; $\sqrt{20}$

- c) Rezolvați ecuațiile: a) $x - 4 = 9$ b) $4x = 56$ c) $7 + x = 21 - x$

2. a) Efectuați : $(1+x)^2$
b) Arătați că $6 + x - x^2 = (x+2)(3-x)$
c) Efectuați : a) $3x - 12x + 2(1-2x)$ b) $18x : x$ c) $x^4 : x$ d) $6x^3 : (2x)$

3. a) Media geometrică a numerelor $3\sqrt{2}$ și $6\sqrt{2}$ este
b) Rezolvați inecuațiile : a) $2x - 3 < 5$ b) $2x \geq -8$ c) $1 - 2x \leq 9$ d) $5x + 17 \leq 42$
c) Cine este mai mare $\sqrt{14}$ sau $3\sqrt{2}$

4. a) Dreptunghiul ABCD, are $AB=8$ și $BC=6$, lungimea diagonalei BD este
b) Pătratul ABCD are latura de 8, iar $BE \perp AC$, unde E este un punct pe [AC]. Lungimea segmentului [BE] este egală cu
c) Rombul ABCD are măsura unghiului A egală cu 60° , iar $AB=12$. Lungimea diagonalei BD este egală cu

SUBIECTUL II(40 de puncte)

5. a) Rezolvați inecuația $-6x - 5 \leq x + 16$
b) Aflați trei numere care au suma 90 și sunt direct proporționale cu numerele 2; 3 și 5.
c) Calculați : $(\sqrt{24} - 3\sqrt{2})\sqrt{2}$

6. a) Se dă $a^2 - b^2 = 15\sqrt{2}$ și $a - b = \sqrt{18}$, calculați valoarea sumei $a + b$.
b) Aflați numerele reale a și b dacă : $(a-5)^2 + (1-2b)^2 = 0$

7. Fie $AB = 14\sqrt{2}$ cm și C punctul care împart segmentul AB în părți proporționale cu numerele 2 și 5, iar ACDE este un pătrat construit deasupra segmentului AB și CDFG un pătrat dedesubtul segmentului AB. Se cere:

- a) Calculați lungimea segmentului [EF] și [DF]
b) Demonstrați că valoarea raportului AG/BD este egală cu 1.
c) Fie $CH \perp AG$, calculați valoarea raportului HG/BC
d) Fie M și N mijloacele segmentelor [AG] și [BD], iar P intersecția lui MN cu DG și Q intersecția lui MN cu AB. Aflați valoarea raportului CQ/QB.
e) Fie R un punct pe AG astfel încât $AR=AD$. Calculați lungimea segmentului [RD].

Barem: 10p din oficiu, ex.1-3 câte 12p(=4p+4p+4p), ex.4=14p(4p+4p+6p);
ex.5=3p+5p+2p, ex.6=5p+5p,
ex.7=4p+4p+4p+4p

Test nr.2

SUBIECTUL I(50 de puncte)

1. a) Calculați : $(1 + \sqrt{12})\sqrt{3} - \sqrt{3}$

b) Arătați că : $(x - \sqrt{18})x$ este număr natural știind că $x = \frac{6}{\sqrt{2}}$

c) Efectuați: a) $x - 2 + 3(1-x)$ b) $3x(x+2)$ c) $-2(1+x)+x$ d) $2x^2 - [x^2 + 2x(x-1)] - x(x+2)$

2. a) Efectuați : $(1+x)^2 - (1-x)^2$

b) Completați expresia până la pătratul unui binom: $x^2 + 2x + \dots$

c) Se dau numerele 1,2 și 0,4. Media geometrică a celor două numere este

3. a) Suma a două numere este 36, iar diferența lor este 12. Aflați numerele.

b) Rezolvați inecuația : $8 - 5x \leq 23$

c) Descompuneți în factori: a) $y^2 - 16$ b) $x^2 - xy + 2(x - y)$

4. a) Lungimea segmentului AC, diagonala pătratului ABCD cu latura de 8 cm, este

b) Triunghiul ABC, dreptunghic în B, are măsura unghiului A de 30° , iar ipotenuza de 12 cm. Lungimea catetelor triunghiului este egală cu

c) Pe laturile triunghiului ABC luăm punctele M și N, mijloacele laturilor AB, respectiv AC, iar P, Q mijloacele segmentelor [AM], respectiv [AN]. Valoarea raportului PQ/BC este

SUBIECTUL II(40 de puncte)

5. a) Rezolvați ecuația $3x - 5 = 1 - 2x$ și inecuația $2x - 7 \leq 5$

b) La ziua loanei au fost prezenți câțiva colegi și prieteni. Sanda a dansat cu 5 băieți, Olga a dansat cu 6 băieți, Adriana a dansat cu 7 băieți, etc. Respectând regula de mai sus și dacă loana este ultima în enumerarea de mai sus, aflați câți băieți și câte fete au fost dacă loana a dansat cu toți băieții, iar numărul tuturor participanților la petrecere este mai mic decât 25.

c) Știind că $x = \sqrt{2}$ și $b + \sqrt{2} \cdot a = 5$, calculați $ax^2 + bx + 2x(x-1)$

6. Dreptunghiul ABCD are lungimea $AB = 12$ cm, iar măsura unghiului ADB egală cu 60° .
Se cere:

a) Calculați perimetrul dreptunghiului.

b) Fie E un punct pe AD astfel încât AB să fie bisectoarea unghiului DBE. Calculați distanța de la E la BD și valoarea raportului OA/EB, unde O este intersecția diagonalelor dreptunghiului.

c) Fie $OM \perp CD$ și P intersecția lui BM cu AD. Calculați lungimea segmentului PB.

7. Fie ABCD un dreptunghi și $AB = 8$, $BC = 12$. Fie P mijlocul segmentului AD și $MP \perp PC$, unde M este un punct pe dreapta BC. Se cere:

a) Calculați perimetrul triunghiului PMC.

b) Calculați înălțimile triunghiului BPM.

c) Fie $PR \perp BC$ și $BS \perp PM$, iar punctul T este intersecția dreptelor PR și BS. Calculați perimetrul triunghiului TPM.

Barem: 10p din oficiu, ex.1-3 câte 12p(=4p+4p+4p), ex.4=14p(4p+4p+6p);

ex.5=5p+5p+5p, ex.6=5p+5p,

ex.7=5p+5p+5P

Test nr.3

SUBIECTUL I(50 de puncte)

1.a) Calculati media geometrică a numerelor $a = 2+\sqrt{3}$ și $b = 2-\sqrt{3}$

b) Rezolvați ecuațiile : a) $2-x=7$ b) $5x-8=6-2x$

c) Efectuați: a) $-2x+3(1-x)+5(x+1)$ b) $a^2b-2ab+ab(1-a)$ c) $0,25ax - 0,5a(0,5x-2)$

d) $1-2a(1-a)-(2a+1)(a-1)$

2. a) Descompuneti in factori x^3+2x^2-3x-6

b) Dintre numerele $a=2\sqrt{3}$ și $b=4$ mai mare este numărul

c) Arătați că $3x^2+x-2=(3x-2)(1+x)$

3. a) Calculați diagonala unui pătrat cu latura egală cu $5\sqrt{2}$

b) Linia mijlocie a unui trapez este egală cu 12 cm, iar raportul bazelor este 1/2. Aflați perimetrul trapezului dacă laturile neoparalele ale trapezului formează cu una din baze un unghi cu măsura de 60° .

c) Trapezul ABCD este isoscel și ortodiagonal, iar raportul bazelor este egal cu 2/3, linia mijlocie a trapezului este egală cu 26. Aflați lungimea diagonalelor trapezului.

4. Se dă triunghiul isoscel ABC cu unghiul A de 30° și baza BC, iar înălțimea BR=10 cm.

a) Calculați lungimea segmentului AB

b) Fie MN o linie mijlocie în triunghiul ABC și P intersecția dintre MN și BR, iar punctul M este pe AB, iar N pe AC. Fie MS înălțime în triunghiul AMN. Calculați lungimea segmentelor NS și NR și RC.

c) Calculați valoarea $\sin 15^\circ$.

SUBIECTUL II(40 de puncte)

5. a) Rezolvați ecuația $\frac{x-1}{5} = \frac{1-3x}{2}$

b) In clasa noastra fetele reprezinta două treimi din numarul total de elevi.Daca ar mai veni in clasa patru fete atunci fetele ar fi cinci șeptimi din numarul total de elevi.Cate fete si cati elevi sunt in clasa ?

c) Calculați $a^2b+2ab^2+b^3$ știind că $a+b=10$, iar $b(a+b)=20$

6. a) Pentru ce valori întregi ale lui m, numărul $a=1-6/m$ este număr întreg ?

b) Știind că $(a-2)^2+(b-3)^2=4$ aflați numerele întregi a și b care verifică relația dată.

7. Se dă pătratul ABCD si $AB=12$, iar M mijlocul laturii CD. Se cere:

a) Lungimea segmentului AE, unde $AE \perp BM$

b) Calculați valoarea raportului CF/BC, unde F este intersecția dintre AE și CD.

c) Calculați înălțimile triunghiului CAF.

Barem: 10p din oficiu, ex.1-3 câte 12p(=4p+4p+4p), ex.4=14p(4p+4p+6p);

ex.5=5p+5p+5p, ex.6=5p+5p,

ex.7=5p+5p+5P

Test nr.4

SUBIECTUL I(50 de puncte)

1.a) Calculați $a^2+b^2+c^2$ știind ca $a+b=5, b+c=6, a+c=11$ și $ab+bc+ac=15$

b) Rezolvați ecuațiile: a) $2x-5=7-x$ b) $\frac{1}{2}-3x=x+3$

c) Efectuați: a) $x^2-3x+2x(-x+2)$ b) $-0,2(x-5)+3x-1$

2.a) Arătați că numărul $x=(1-3a)^2-3a(3a-2)$ este număr natural pentru orice număr real a.

b) Rezolvați inecuațiile: a) $5-2x \leq 15$ b) $1-2(x-3) \geq 11$

3. a) Media geometrică a numerelor 15 și 60 este

b) În triunghiul ABC, dreptunghic în A, cateta AB=5, iar ipotenuza BC=12. Calculați înălțimea triunghiului și perimetrul acestuia.

c) În triunghiul echilateral ABC înălțimea are 6 cm. Calculați latura triunghiului.

4. Se da triunghiul echilateral ABC cu latura de 10 cm și $BD \perp AC, DE \perp BC, EF \perp AC$, iar G intersecția dintre EF și AB. Se cere:

a) Lungimea segmentului EF este b) Lungimea segmentului FG este

c) Fie $FH \perp AB$. Calculați lungimea segmentului GH.

SUBIECTUL II(40 de puncte)

5. a) Rezolvați inecuațiile: $1-3x \leq 2x-9$ și $1-2(x-5) \geq 3x-1$

b) La olimpiada de matematică sunt 15 probleme de rezolvat. Pentru fiecare problemă corect rezolvată se acorda 5 puncte, iar pentru fiecare problema nerezolvată se scad 3 puncte. Câte probleme a rezolvat corect Alex dacă a obținut 51 de puncte ?

c) Calculați : $(\sqrt{27} - \sqrt{12}) \cdot \sqrt{3}$

6. a) Știind că $a-b=12$ și $ab=220$ calculați a^2+b^2 .

b) Arătați că $E(x)=15x^2-19x-(3x-2)(5x-3)$ nu depinde de x.

7. Fie ABCD un trapez isoscel cu $CD/AB=1/2$ și $AD=CD=BC$, iar $DE \perp AD$ și $CF \perp BC$, unde E și A sunt în semiplane diferite față de CD și la fel F și B, $E \in (DQ), F \in (CP), DE=CF=CD=a$ și $DE=EQ, CF=FP$. Se cere:

a) calculați lungimea segmentului EF în funcție de a.

b) calculați lungimea segmentului AQ în funcție de a.

c) demonstrați că AD și BC nu se întâlnesc pe PQ.

Barem: 10p din oficiu, ex.1-3 câte 12p(=4p+4p+4p), ex.4=14p(4p+4p+6p);

ex.5=5p+5p+5p, ex.6=5p+5p,

ex.7=5p+5p+5P

Test nr.5

SUBIECTUL I(50 de puncte)

1. Rezolvați ecuațiile:

- a) $x - 7 = 8$
- b) $5x = 65$
- c) $5 - x = x - 8$

2. a) Efectuați $(6x^2)^2 : (2x^3)$

b) Calculați : $(2 - 3\sqrt{5})^2 + \sqrt{720}$

c) Aflați valoarea expresiei : a) $E(x) = x(x-2) + 1 - y^2$ știind că $x+y=16$ și $x-y=4$

b) $E(a,b) = (3a+6b)^2 - 5$ știind că $a+2b=12$

3. a) Aflați perimetrul trapezului ABCD, știind că linia mijlocie a trapezului este 18, iar $BC=CD=DA=AB/2$.

b) Diagonala dreptunghiului ABCD este egală cu 10, iar măsura unghiului CAB este egală cu 30° . Calculați lungimea și lățimea dreptunghiului.

c) Triunghiul ABC este dreptunghic în A, iar $AB=8$ și $AC=6$. Calculați înălțimea triunghiului.

4. Se dă triunghiul ABC și G centrul de greutate al triunghiului, iar $AB=12$, $AC=20$ și $BC=16$. Fie M, N, P mijloacele segmentelor [AG], [BG], [CG], iar S, Q, și R mijloacele laturilor [AB], [BC], [AC]. Se cere:

- a) Perimetrul triunghiului MNP
- b) Perimetrul triunghiului SQR
- c) Calculați valoarea raportului SG/GC

SUBIECTUL II(40 de puncte)

5. a) Rezolvați ecuația $x - 3 : 5 = 2(1-x) - 5$

b) Știind că un sfert din salariul tatălui meu este întreținerea apartamentului, puteți calcula cât este salariul dacă după ce plătește întreținerea rămâne cu 2280 de lei ?

c) Calculați : $(\sqrt{72} - 5\sqrt{2}) : \sqrt{12}$

6. Fie ABCD un pătrat și P un punct în interiorul său astfel încât triunghiul PAB să fie un triunghi echilateral. Se cere:

- a) Aflați măsura unghiului CPD
- b) Fie Q un punct în interiorul său astfel încât triunghiul QAD să fie un triunghi echilateral. Demonstrați că triunghiul CPQ este echilateral.

7. Fie ABCD un pătrat cu latura $AB = \sqrt{3}$ și P un punct în interiorul pătratului astfel încât triunghiul PAB să fie echilateral. Se cere:

- a) Calculați lungimea segmentului PC
- b) Calculați lungimea segmentului EF, unde E și F sunt punctele unde PD, respectiv PC taie dreapta AB.
- c) Calculați $\sin 15^\circ$
- d) Calculați distanța de la D la PF

Barem: 10p din oficiu, ex.1-3 câte 12p(=4p+4p+4p), ex.4=14p(4p+4p+6p);

ex.5=3p+5p+2p, ex.6=5p+5p,

ex.7=5p+5p+5P+5p

Indecații și rezolvări

Test nr.1

SUBIECTUL I(50 de puncte)

1. a) Calculați : a) $\sqrt{12} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$ b) $(1+\sqrt{3})^2 = 4+2\sqrt{3}$
 b) $\sqrt{2}$; $-\sqrt{9}$; $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$; $-6=-\sqrt{36}$; $\sqrt{20}$, deci $-\sqrt{36}$; $-\sqrt{9}$; $\sqrt{2}$; $\sqrt{12}$; $\sqrt{20}$

c) a) $x=13$ b) $x=14$ c) $2x=21-7$, $x=7$

2. a) $(1+x)^2 = 1+2x+x^2$
 b) $(x+2)(3-x)=3x-x^2+6-2x=6+x-x^2$
 c) a) $3x-12x+2(1-2x)=-9x+2-4x=13x+2$ b) $18x:x=18$ c) $x^4:x=x^{4-1}=x^3$ d) $6x^3:(2x)=3x^2$

3. a) $m_g = \sqrt{3\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2}} = \sqrt{36} = 6$

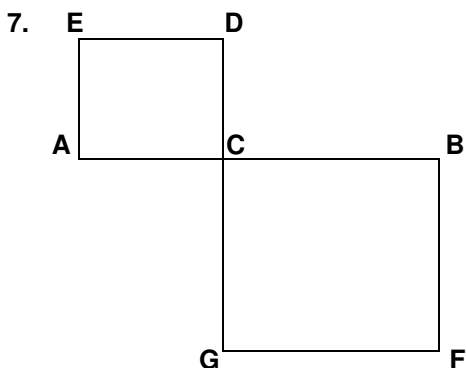
b) a) $2x < 5+3$, $x < 4$ b) $x \geq -4$ c) $-2x \leq 9-1$, $-8 \leq 2x$, $x \geq -4$ d) $5x \leq 42-17$, $5x \leq 25$, $x \leq 5$
 c) $\sqrt{14} < 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$

4. a) $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 8^2 + 6^2 = 100 = 10^2$, deci $BD=10$
 b) $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 8^2 + 8^2 = 2 \cdot 8^2$, deci $BD=8\sqrt{2}$, $BE=BD/2=AC/2=4\sqrt{2}$, (pt.că diag.pătrat sunt \perp și din B există o singură \perp pe AC, deci $E \in BD$)
 c) Triunghiul ABD este isoscel și are un unghi de 60° , deci este echilateral, deci $BD=AB=12$

SUBIECTUL II(40 de puncte)

5. a) $-16-5 \leq x+6x$, $7x \geq -21$ și $x \geq -3$
 b) $x+y+z=90$ și $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{2+3+5} = \frac{90}{10} = 9$, rezultă $x/2=9$, deci $x=18$, $y=27$, $z=45$
 c) $(\sqrt{24} - 3\sqrt{2})\sqrt{2} = \sqrt{48} - 3\sqrt{4} = 4\sqrt{3} - 6$

6. a) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)=15\sqrt{2}$ și $a-b=\sqrt{18}$, rezultă $a+b=15\sqrt{2} : \sqrt{18} = 5$.
 b) $(a-5)^2+(1-2b)^2=0$, deci sumă de două numere ≥ 0 , rezultă că fiecare = 0, deci $a=5$ și $b=1/2$



$AC/2=BC/5=14\sqrt{2}/7=2\sqrt{2}$, deci $AC=4\sqrt{2}$ și $BC=10\sqrt{2}$, $EF=EC+CF=8+20=28$ (pt.că $m(\angle ECA) + m(\angle ACG) + m(\angle GCF) = 45+90+45=180^\circ$)
 În triunghiul DGF Tr.Pitagora: $DF^2=DG^2+GF^2=(14\sqrt{2})^2+(10\sqrt{2})^2=$, deci $DF=4\sqrt{37}$
 Tringhiurile AGC și DBC sunt \cong , deci $AG=BD$
 Tringhiurile CHG și ACG sunt asemenea
 deci $HG/GC=CH/AC=CG/AG=(10\sqrt{2})/(2\sqrt{58})=HG/BC$

Unghiurile ADG și BGD au 45° și sunt alt.int., deci $AD \parallel BG$ și $ADBG$ =trapez și MN =lin.mij, rezultă MQ =lin.mijlocie în triunghiul AGB, deci $MQ=10$, analog $MP=AD/2=4$ și $PQ=MQ-MP=6$ și triunghiul CPQ asemenea cu triunghiul CGB, deci $CQ/CB=PQ/BG=6/20$, rezultă $CQ/QB=3/7$
 Fie $RS \perp DG$, triunghiul GSR asemenea cu GCA, deci $RS/AC=GR/AG=GS/GC$, $RS=(12\sqrt{2}-16)/3$
 $GS=(30\sqrt{2}-40)/3$, $DS=DG-GS=(12\sqrt{2}+40)/3$ și din triunghiul DRS avem $DR^2=DS^2+RS^2$

Test nr.2

SUBIECTUL I(50 de puncte)

1. a) $(1 + \sqrt{12})\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3} + 6 - \sqrt{3} = 6$

b) Amplificăm cu $\sqrt{2}$ și $x=3\sqrt{2}$, deci $(x - \sqrt{18})x = (3\sqrt{2})^2 - 3\sqrt{18 \cdot 2} = 18 - 18 = 0$

c) a) $x - 2 + 3(1-x) = x - 2 + 3 - 3x = 1 - 2x$ b) $3x(x+2) = 3x^2 + 6x$ c) $-2(1+x) + x = -2 - 2x + x = -2 - x$

d) $2x^2 - [-x^2 + 2x(x-1)] - x(x+2) = 2x^2 + x^2 - 2x^2 + 2x - x^2 - 2x = 0$

2. a) $(1+x)^2 - (1-x)^2 = [(1+x) - (1-x)][(1+x) + (1-x)] = (1+x-1+x)(1+x+1-x) = 2x \cdot 2 = 4x$

b) $x + 2x + 1 = (x+1)^2$

c) $m_g = \sqrt{1,2 \cdot 0,4} = (4\sqrt{3})/10$

3. a) $a+b=36$, $a-b=12$, deci $a+b+a-b=36+12$, $2a=48$ și $a=24$, $b=36-24=12$

b) $8 - 23 \leq 5x$, $5x \geq -15$, $x \geq -3$

c) a) $y^2 - 16 = (y+4)(y-4)$ b) $x^2 - xy + 2(x-y) = x(x-y) + 2(x-y) = (x-y)(x+2)$

4. a) $AC = 8\sqrt{2}$

b) $\sin A = \sin 30^\circ = 1/2 = BC/AC = BC/12$, deci $BC = 6$ și $\cos A = \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2 = AB/AC = AB/12$, deci $AB = 6\sqrt{3}$

c) $PQ/MN = 1/2$, deci $MN = 2PQ$ și $MN/BC = 1/2$, rezultă $PQ/BC = 1/4$

SUBIECTUL II(40 de puncte)

5. a) $3x + 2x = 1 + 5$, $5x = 6$, $x = 6/5$, $2x \leq 5 + 7 = 12$, $x \leq 6$

b) fata nr. 1 danseaza cu $1+4=5$ baieti

fata nr. 2 danseaza cu $2+4=6$ baieti

fata nr. 3 danseaza cu $3+4=7$ baieti, etc

.....
Ioana, fata nr. X danseaza cu $x+4$ = toți băieții

Deci sunt x fete și $x+4$ băieți, adică sunt cu 4 băieți mai mult, așadar $x+x+4 \leq 25$ și $2x \leq 21$,
rezultă $x \leq 10$

fete	10	9	8	7	6	5	4
Băieți	14	13	12	11	10	9	8

c) Știind că $x = \sqrt{2}$ și $b + \sqrt{2} \cdot a = 5$, calculați $ax^2 + bx + 2x(x-1) = x(b+ax) + 2x^2 - 2x = \sqrt{2}(b+a\sqrt{2}) + 4 - 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 4 - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 4$

6. $\sin ADB = \sin 60^\circ = AB/BD = 12/BD = \sqrt{3}/2$, $BD = 8\sqrt{3}$, $\cos ADB = \cos 60^\circ = AD/BD = AD/(8\sqrt{3}) = 1/2$,

$AD = 4\sqrt{3}$, Perimetrul = suma laturilor = $2AB + 2AD = 24 + 8\sqrt{3}$

Triunghiul BDE = echilateral, deci distanta(E, BD) = $AB = 12$, $OA/EB = OA/AC = 1/2$

$OM = \text{lin. mij. în triunghiul BDP}$, deci $OM = AD/2 = DP/2 = 2\sqrt{3}$, $BP^2 = AB^2 + AP^2 = 12^2 + (8\sqrt{3})^2$, $BP = 4\sqrt{21}$

7. $PC = 10$; Triunghiul MCP asemenea cu triunghiul CPD, deci $PC/MC = CD/MP = PD/PC$, deci $MC = 50/3$ și $PM = 10\sqrt{15}/3$, deci $MB = MC - BC = 50/3 - 12 = 14/3$. Fie înălțimile PR, BS și MQ, triunghiul MBS asemenea cu triunghiul MCP, deci $MB/MC = MS/MP = SB/PC$, dar $\sin PMC = PC/MC = SB/MB = 3/5$, deci $SB = 14/5$, $PR = AB = 8$, triunghiul MQB asemenea cu MPC, deci $MQ/MP = MB/MC = BQ/PC$, rezulta MQ. Deci T = ortocentrul triunghiului BPM, triunghiul TBR asemenea cu MCP și triunghiul MTR asemenea cu MCP astfel calculam laturile triunghiului TPM

Test nr.3

SUBIECTUL I(50 de puncte)

1.a) produsul $ab=1$ deci $m_g=1$

b) a) $2-7=x$, $x=-5$ b) $5x+2x=6+8$, $7x=14$, $x=2$

c) a) $-2x+3(1-x)+5(x+1)=-2x+3-3x+5x+5=8$ b) $a^2b-2ab+ab(1-a)=a^2b-2ab+ab-a^2b=-ab$

c) $0,25ax - 0,5a(0,5x-2)= 0,25ax - 0,25ax+a=a$

d) $1-2a(1-a)-(2a+1)(a-1)=1-2a+2a^2-(2a^2-2a+a-1)=1-2a+2a^2-2a^2+2a-a+1=2-a$

2. a) $x^3+2x^2-3x-6=x^2(x+2)-3(x+2)=(x+2)(x^2-3)=(x+2)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$

b) $a=2\sqrt{3}=\sqrt{12}$ și $b=4=\sqrt{16}$

c) $3x^2+x-2=(3x-2)(1+x)=3x+3x^2-2-2x=3x^2+x-2$

3. a) diagonala= latura $\sqrt{2}=5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 10$

b) ABCD=trapez isoscel, $CE \perp AB$ și $DF \perp AB$, rezulta $AB=2CD=2a$, $AF=EB=a/2$, $BC=AD=a$, linia mijlocie $MN=(AB+CD)/2=3a/2=12$, deci $a=8$, perimetrul= $5a=40$

c) ABCD=trapez isoscel, $CE \perp AB$ și $DF \perp AB$, $CD/AB=2/3$, rezulta $AB=(3/2)CD=3a/2$, $AF=EB=a/4$, linia mijlocie $MN=(AB+CD)/2=5a/2=26$, deci $a=10,4$; fie $O=AC \cap BD$, triunghiul OAB asemenea cu triunghiul OCD, deci $CD/AB=OC/OA=OD/OB=2/3$ și $OA^2+OB^2=AB^2=(15,6)^2$, dar $OA=OB$ și $OA=15,6\sqrt{2}/2$, rezulta $OC=OA \cdot 2/3=15,6\sqrt{2}/3$

4. $AB=2BR=20=AC$, MQ =lin.mij. în triunghiul ABR, deci $MS=BR/2=5$ și $AQ=QR$, dar $AR^2=AB^2-BR^2=20^2-10^2=300$, deci $AR=10\sqrt{3}$ și $AQ=QR=AR/2=5\sqrt{3}$, $RC=AC-AR=20-10\sqrt{3}$, dar $AN=NC=AC/2=10$, $NR=NC-RC=10-20+10\sqrt{3}=10\sqrt{3}-10$, $QN=QR-NR=5\sqrt{3}-10\sqrt{3}+10=10-5\sqrt{3}$, rezulta $BC^2=RB^2+CR^2=10^2+(20-10\sqrt{3})^2=800-400\sqrt{3}=400(2-\sqrt{3})$, deci $BC=20\sqrt{2-\sqrt{3}}$
În triunghiul RBC, unghiul RBC are 15° , deci $\sin 15=RC/BC=(\sqrt{2-\sqrt{3}})/2$

SUBIECTUL II(40 de puncte)

5. a) $\frac{x-1}{5} = \frac{1-3x}{2}$, deci $2(x-1)=5(1-3x)$, $2x-2=5-15x$, $17x=7$, $x=7/17$

b) $F=(2/3)x$, $F+4=(5/7)(x+4)$, deci $(2/3)x+4=(5/7)(x+4)$, $(2x+12)/3=(5x+20)/7$, $14x+84=15x+60$, $x=24$, $F=24 \cdot 2/3=16$

c) $a^2b+2ab^2+b^3=b(a^2+2ab+b^2)=b(a+b)(a+b)=20 \cdot 10=200$

6. a) dacă m este divizor al lui 6, adică $m \in \{-6; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 6\}$

b) $4+0=3+1=2+2=1+3=0+4=4=(a-2)^2+(b-3)^2$ deci $(a-2)^2=4$ și $(b-3)^2=0$, rezultă $a-2=2$ și $a=4$ sau $a-2=-2$, deci $a=0$ și $b-3=3$, deci $b=3$ etc....

7. Triunghiul ABE asemenea cu triunghiul BMC, deci $AB/BM=AE/BC=BE/MC$, rezulta $BM=\sqrt{BC^2+CM^2}=\sqrt{180}=6\sqrt{5}$, $12/(6\sqrt{5})=AE/12$, $AE=24\sqrt{5}/5$, rezulta și $EB=\sqrt{AB^2-AE^2}=12\sqrt{5}/5$, Deci $ME=BM-EB=6\sqrt{5}-12\sqrt{5}/5=18\sqrt{5}/5$ Triunghiul FME asemenea cu ABE, deci $MF/AB=ME/EB=FE/AE=3/2$, deci $MF=AB \cdot 3/2=18$, dar $CF=MF-MC=MF-AB/2=18-6=12$
Fie CS, FT, AD înalțimile triunghiului CAF, triunghiul CFS congruent cu triunghiul BAE, deci $CS=EB=12\sqrt{5}/5$, triunghiul FTC=dreptunghic isoscel, deci $FT=6\sqrt{2}$

Test nr.4

SUBIECTUL I(50 de puncte)

1.a) $(a+b)^2=5^2$, deci $a^2+b^2+2ab=25$

$(b+c)^2=6^2$, deci $b^2+c^2+2bc=36$

$(a+c)^2=5^2$, deci $a^2+c^2+2ac=121$

Adunam relațiile: $2(a^2+b^2+c^2)+2(ab+bc+ac)=25+36+121$, deci

$a^2+b^2+c^2=91-15=76$

b) a) $2x-5=7-x$; $3x=12$; $x=4$ b) $\frac{1}{2}-3=4x$; $x=-5/8$

c) a) $x^2-3x+2x(-x+2)=x^2-3x-2x^2+4x=-x^2+x$ b) $-0,2(x-5)+3x-1=-0,2x+1-1=-0,2x$

2.a) $x=(1-3a)^2-3a(3a-2)=1-6a+9a^2-9a^2+6a=1$

b) a) $5-2x \leq 15$; $5-15 \leq 2x$; $2x \geq -10$; $x \geq -5$ b) $1-2(x-3) \geq 11$; $1-2x+6 \geq 11$; $7-11 \geq 2x$; $2x \leq -4$; $x \leq -2$

3. a) $m_g = \sqrt{15 \cdot 60} = 30$

b) $BC^2=AB^2+AC^2$, $AC^2=BC^2+AB^2=144-25=119$, $AC=\sqrt{119}$, Fie $AD \perp BC$, $AB^2=BD \cdot BC$,
deci $BD=25/12$, $DC=BC-BD=12-25/12=119/12$, $AD^2=BD \cdot DC=(25/12)(119/12)$, $AD=(5/12)\sqrt{119}$

c) AD =înălțime, $BD=DC=AB/2$, $AB^2=AD^2+BD^2$, $AD^2=AB^2-(AB/2)^2=3AB^2/4$, deci
 $AB^2=36 \cdot 4/3=48$, $AB=4\sqrt{3}$

4. $BD=Bc \sin 60=10\sqrt{3}/2=5\sqrt{3}$, $CD=AD=AC/2=5$, $EC=DC \sin 30=5/2$, $DE=DC \cos 30=5\sqrt{3}/2$,

$EF=ED/2=5\sqrt{3}/4$, $DF=DE \cos 30=(5\sqrt{3}/2)(\sqrt{3}/2)=15/4$,

Triunghiul AGF asemenea cu triunghiul ABD, deci $BD/GF=AD/AF=5/(35/4)=4/7$, rezulta

$GF=35\sqrt{3}/4$, $AH=AF/2=35/8$, $FH=AF \cdot \cos 30=35\sqrt{3}/8$, deci $GH^2=GF^2-FH^2=(35\sqrt{3}/4)^2-(35\sqrt{3}/8)^2=$
Rezulta $GH=105/8$

SUBIECTUL II(40 de puncte)

5. a) $1-3x \leq 2x-9$ deci $1+9 \leq 2x+3x$, $10 \leq 5x$, $2 \leq x$, $x \geq 2$

si $1-2(x-5) \geq 3x-1$, deci $1-2x+10 \geq 3x-1$, $1+10+1 \geq 3x+2x$, $12 \geq 5x$, $12/5 \geq x$, $x \leq 12/5$

b) $5x-(15-x)3=51$, $5x-45+3x=51$, $8x=51+45$, $8x=96$, $x=12$

c) Calculați : $(\sqrt{27}-\sqrt{12}) \cdot \sqrt{3} = (3\sqrt{3}-2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} = 9-6=3$

6. a) $(a-b)^2=12^2$, deci $a^2+b^2-2ab=144$, $a^2+b^2=144+440=584$

b) $E(x)=15x^2-19x-(3x-2)(5x-3)=15x^2-19x-(15x^2-9x-10x+6)=15x^2-19x-15x^2+9x+10x-6=-6$

7. LIN.MIJ.În trapezul $CDQP=EF=(CD+PQ)/2$. Fie $DH \perp AB$ și K, R punctele unde DH intersectează EF respectiv PQ , analog punctele S, T, M , $CS \perp AB$. Rezulta $AH=SB=a/2=AD/2$, deci unghiul $ADH=30$ și unghiul $DAH=60$, rezulta $DH=a\sqrt{3}/2$, unghiul $KDE=60$, unghiul $DEK=60$, deci $DK=a/2$, $EK=a\sqrt{3}/2$, triunghiul DEA =dreptunghic isoscel, deci $AE=a\sqrt{2}=BF$, deci $EF=a(1+\sqrt{3})$, deci $PQ=2EF-CD=2a(1+\sqrt{3})-a=a(1+2\sqrt{3})$. ÎN TRIUNGHIIUL DREPTUNGHIIC ÎN D , ADQ avem $AQ^2=AD^2+DQ^2=a^2+(2a)^2=5a^2$, deci $AQ=a\sqrt{5}$. Fie L intersecția dreptelor AD și BC , în triunghiul LAB , DC este paralelă cu AB și egală cu jumătate din AB , deci CD este linie mijlocie în triunghi și $LD=AD=a=LC=BC$, dar înălțimea triunghiului echilateral LAB este = $a\sqrt{3} < RH=2a$, deci L nu este pe PQ

Test nr.5

SUBIECTUL I(50 de puncte)

1. a) $x+8=7=15$; b) $x=65/5=13$ c) $5+8=2x$; $x=13/2$

2. a) $(6x^2)^2:(2x^3)=36x^4:(2x^3)=18x$ b) $(2-3\sqrt{5})^2+\sqrt{720} = 4+45-12\sqrt{5}+12\sqrt{5}=49$

c) a) $E(x)=x(x-2)+1-y^2 = x^2 -2x+1-y^2 = (x+y)(x-y)-2x+1=16\cdot 4-2x+1=64-2x+1=65-2x=44$
știind că $x+y=16$ și $x-y=4$ și adunăm cele 2 relații obținem $2x=20$, $x=10$

b) $E(a,b)=(3a+6b)^2-5=[3(a+2b)]^2-5=(3\cdot 12)^2-5=1296-5=1291$

3. a) lin.mij. $MN=(AB+CD)/2=3CD/2=18$, $CD=12=BC=DA=AB/2$, $AB=24$, perimetrul=
 $AB+BC+CD+DA=24+12+12+12=60$

b) $BC=AC/2=10/2=5$, $AB=AC\cdot\cos 30=5\sqrt{3}$

c) $a^2=b^2+c^2$ $BC=10=a$, cateta $AB^2=BD\cdot BC$, deci $BD=64/10=6,4$ și $DC=BC-BD=10-6,4=3,6$
înălțimea $AD^2=BD\cdot DC=6,4\cdot 3,6=$ rezulta $AD=4,8$

4. $MN=$ lin.mij. în triunghiul GAB , deci $MN=AB/2=6$, analog $NP=BC/2=8$, $PM=AC/2=10$
perimetrul $MNP=24$, analog $SQ=AC/2=10$, $QR=AB/2=6$, $RS=BC/2=8$ și perimetrul $SQR=24$,
 $SG/GC=1/2$

SUBIECTUL II(40 de puncte)

5. a) $x-3:5 = 2-2x-5$, $x+2x=-3+3/5$, $3x=-12/5$, $x=-4/5$

b) salariul=4 sferturi, iar $2280=3$ sferturi, deci un sfert= $2280/3=760$, salariul= $4\cdot 760$

c) $(\sqrt{72} - 5\sqrt{2}) : \sqrt{12}=(6\sqrt{2} - 5\sqrt{2}) : (2\sqrt{3})= \sqrt{2}:(2\sqrt{3})= \sqrt{6}/6$

6. Unghiul $CPD=150$, $PC=PD=QC=QB$ și unghiul $PCQ=60$, deci triunghiul $CPQ=$ echilateral

7. $PA=PB=AB=\sqrt{3}$, înălțimea $PM=3/2$ (punctul M pe AB și N pe CD), $PN=AB-PM=\sqrt{3}-3/2$,
 $CN=CD/2=\sqrt{3}/2$, în triunghiul dreptunghic PNC , tr.Pitagora: $PC=3(2-\sqrt{3})$

Unghiul PCD are 15 și tot așa unghiul PFM , deci $PM/PF=PN/PC$, deci $PF=PM\cdot PC/PN=...$

În triunghiul dreptunghic PMF , tr.Pitagora da MF și $MF=ME$, iar $EF=2MF$

În triunghiul PCN , $\sin 15=PN/PC$, distanța PQ de la D la PF este = $PD/2$